

# 台形則宿題

望月 悠紀

2010/10/19

## 1 起

たとえば、距離の指標として角径距離 (angular diameter distance) と呼ばれるものがある。宇宙論的スケールになると、この距離が宇宙モデルによる (たとえば、ハッブルパラメータとか密度パラメータの値によって距離が変わってくる)。この距離は不思議な振る舞いをする事が知られていて、今回はそれを数値計算により検証する。

## 2 承

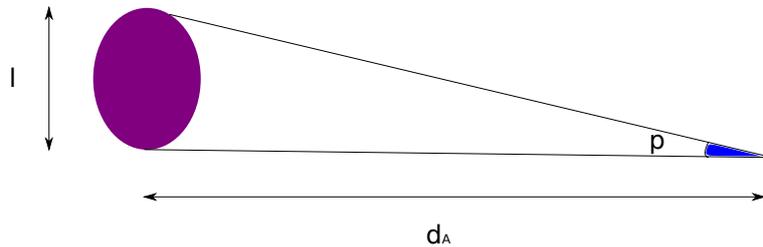


図 1: 角径距離と天体

曲率が零の宇宙では、赤方偏移  $z = 0$  から  $z$  までの角径距離  $d_A(z)$  は、

$$d_A(z) = \frac{c}{H_0} (1+z) \int_0^z \frac{1}{\sqrt{\Omega_m(1+z')^3 + \Omega_\Lambda}} dz' \quad (1)$$

と書くことができる。ここで、 $c, H_0, \Omega_m, \Omega_\Lambda$  はそれぞれ光速、現在のハッブルパラメータ、現在の物質の密度パラメータ、現在のダークエネルギーの密度パラメータを表している。

次に角径距離の意味を考える。角径距離とは、対象の天体 (銀河) を見込む角度  $p$  と、実際の直径の物理的な長さ  $l$  を与えたときに定義される距離である。すなわち、

$$d_A \equiv \frac{l}{p} \quad (2)$$

と定義される。今、銀河の直径の長さ  $l$  を固定し、 $p$  を小さくしていくことを考える。普通、 $p$  を小さくしていくということは、距離を大きくしていくことに対応するので角径距離  $d_A$  は大きくなっていくことは自明である。

### 3 転

そういう期待をもって、式 (1) を数値的に計算してみよう。上の議論によれば、赤方偏移  $z$  を大きくすれば、必ず角径距離  $d_A$  は大きくなるはずである。横軸を赤方偏移  $z$ 、縦軸に角径距離を  $c/H_0$  で規格化したもの  $d_A/(c/H_0)$  をとり  $0 < z < 10$  の範囲でプロットせよ。本当にそうなるか。

ただし、宇宙定数に次の値を用いる。

- $\Omega_m = 0.3$
- $\Omega_\Lambda = 0.7$

### 4 結

グニュグニュプロットを見て考察せよ。また、宇宙論パラメータ  $\Omega_m, \Omega_\Lambda$  の値を変えてプロットするとおもしろい。例えば、Einstein-de Sitter Model であれば、 $\Omega_m = 1, \Omega_\Lambda = 0$  である。